Построение нулевых геодезических в поле кротовой норы

М.А. Бугаев, МФТИ, И.Д. Новиков, С.В. Репин, А.А. Шелковникова

Метрика Шварцшильда:

$$ds^{2} = \left(1 - \frac{r_{g}}{r}\right)dt^{2} - \frac{dr^{2}}{1 - \frac{r_{g}}{r}} - r^{2}d\Omega^{2}$$

Метрика Морриса—Торна—Эллиса—Бронникова:

$$ds^{2} = dt^{2} - \frac{r^{2}dr^{2}}{r^{2} - q^{2}} - r^{2}d\Omega^{2}$$

Координата r выбрана так, что длина окружности равна $2\pi r$. Расстояния измеряются в единицах r_q и q, соответственно.

Уравнения нулевых геодезических в метрике Шварцшильда:

$$\frac{dt}{d\sigma} = \frac{1}{r^2(1-2r)}$$

$$\frac{dr}{d\sigma} = r_1$$

$$\frac{dr_1}{d\sigma} = 3(\eta + \xi^2)r^2 - (\eta + \xi^2)r$$

$$\frac{d\theta}{d\sigma} = \theta_1$$

$$\frac{d\theta_1}{d\sigma} = \frac{\xi^2 \cos \theta}{\sin^3 \theta}$$

$$\frac{d\varphi}{d\sigma} = \frac{\xi}{\sin^2 \theta}$$

Уравнения нулевых геодезических в метрике кротовой норы:

$$\frac{dt}{d\sigma} = \frac{1}{r^2}$$

$$\frac{dr}{d\sigma} = r_1$$

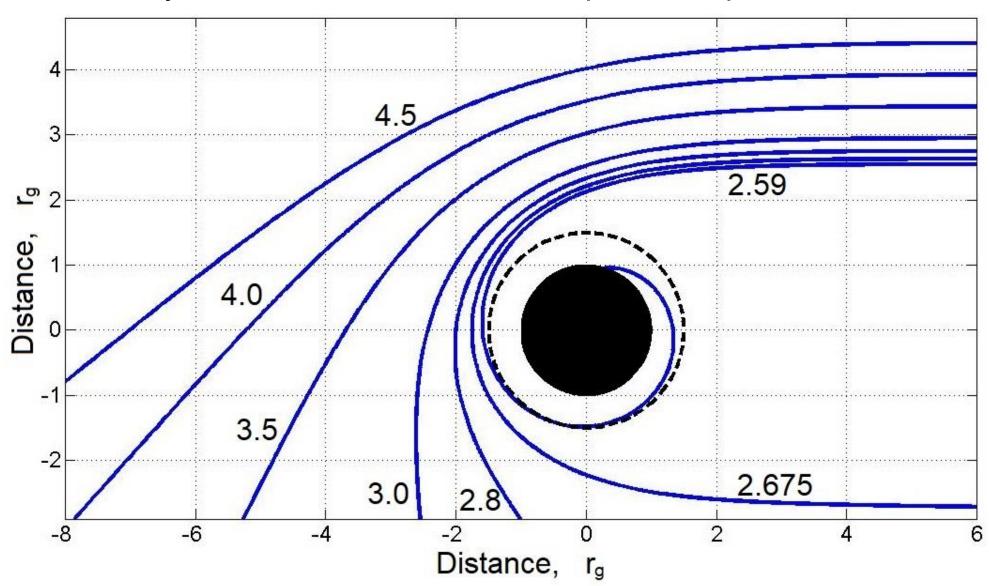
$$\frac{dr_1}{d\sigma} = 2(\eta + \xi^2)r^3 - (1 + \eta + \xi^2)r$$

$$\frac{d\theta}{d\sigma} = \theta_1$$

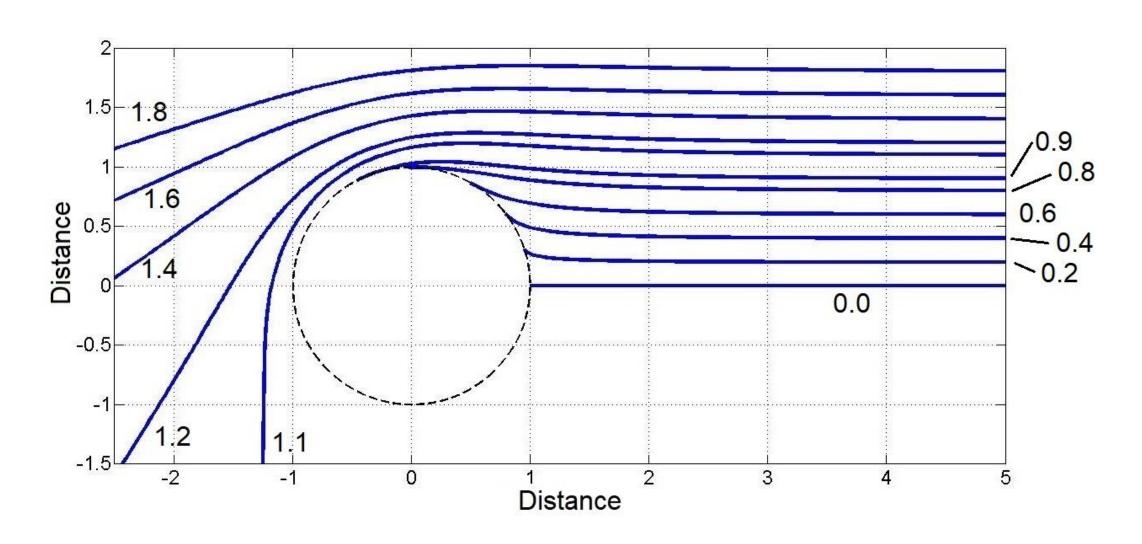
$$\frac{d\theta_1}{d\sigma} = \frac{\xi^2 \cos \theta}{\sin^3 \theta}$$

$$\frac{d\varphi}{d\sigma} = \frac{\xi}{\sin^2 \theta}$$

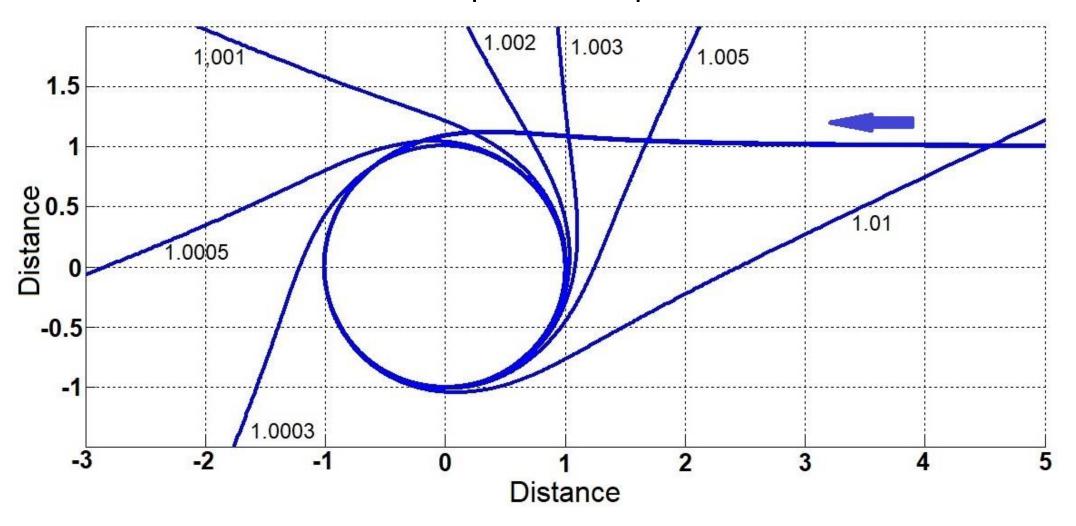
Нулевые геодезические в метрике Шварцшильда



Нулевые геодезические в метрике кротовой норы

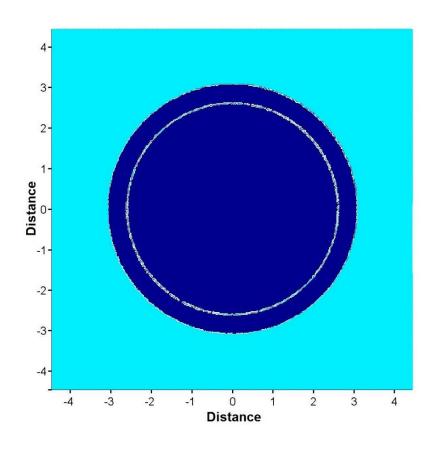


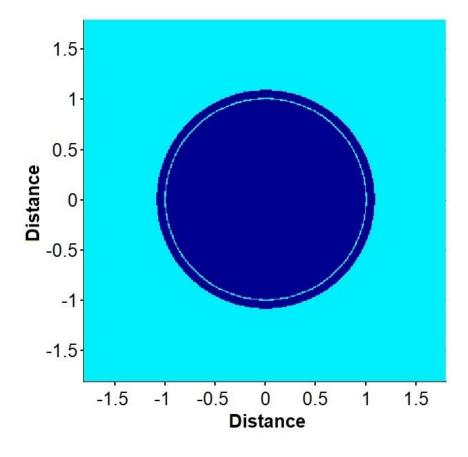
Нулевые геодезические с малым прицельным параметром в метрике кротовой норы



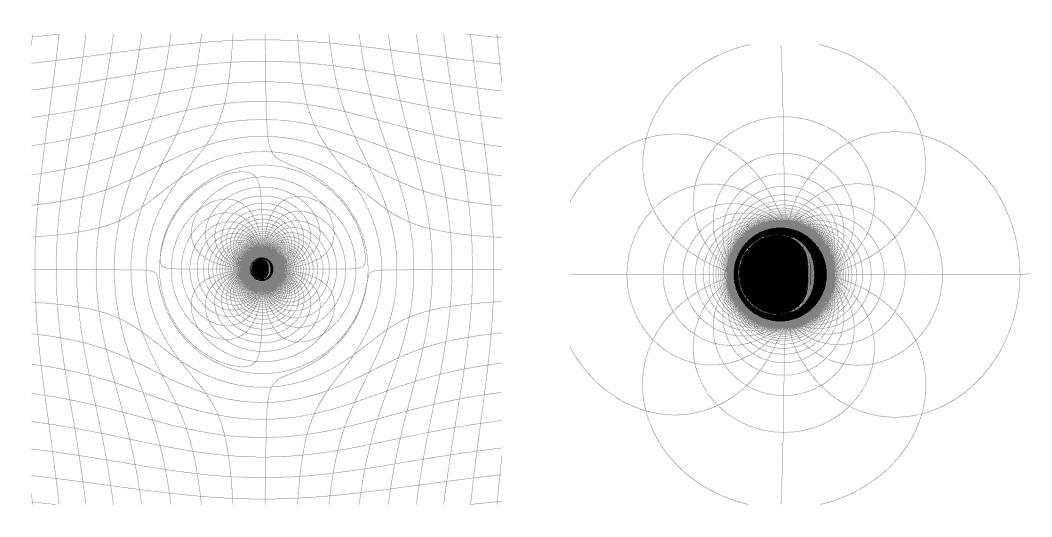
Все геодезические идут во внешнем пространстве.

Вычисление большого числа нулевых геодезических нужно для построения теней черных дыр и кротовых нор. Уравнения геодезических выводятся из уравнения Гамильтона — Якоби и решаются численно. Встречаются геодезические, которые делают много оборотов вокруг кротовой норы. Результат построения тени приведен ниже. Хорошо видны отличия теней черной дыры и кротовой норы. Внутреннее кольцо образуют геодезические, сделавшие более одного оборота.



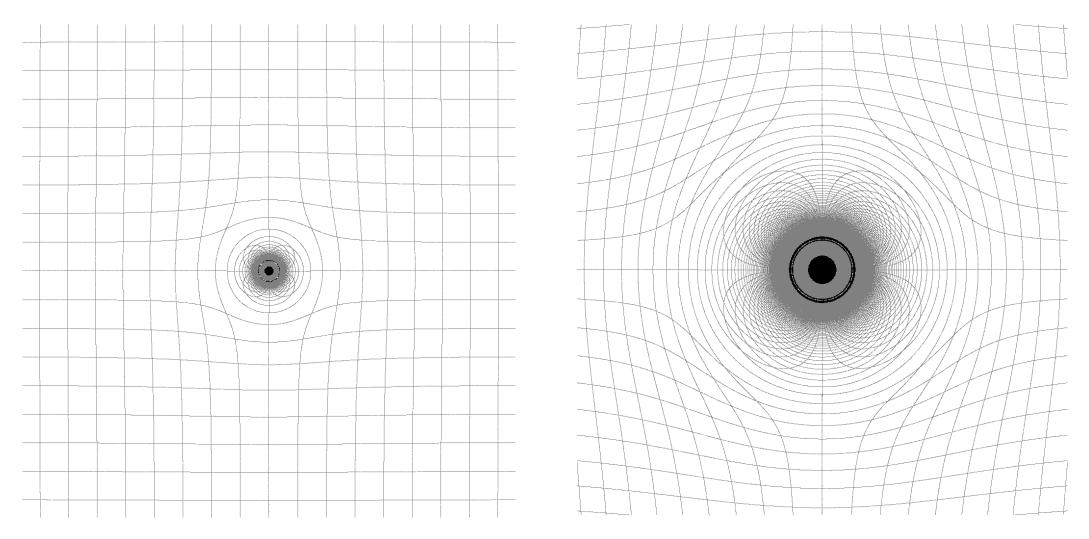


Равномерная сетка, нарисованная на экране, расположенном за массивным объектом и показанная так, как ее видит удаленный наблюдатель.



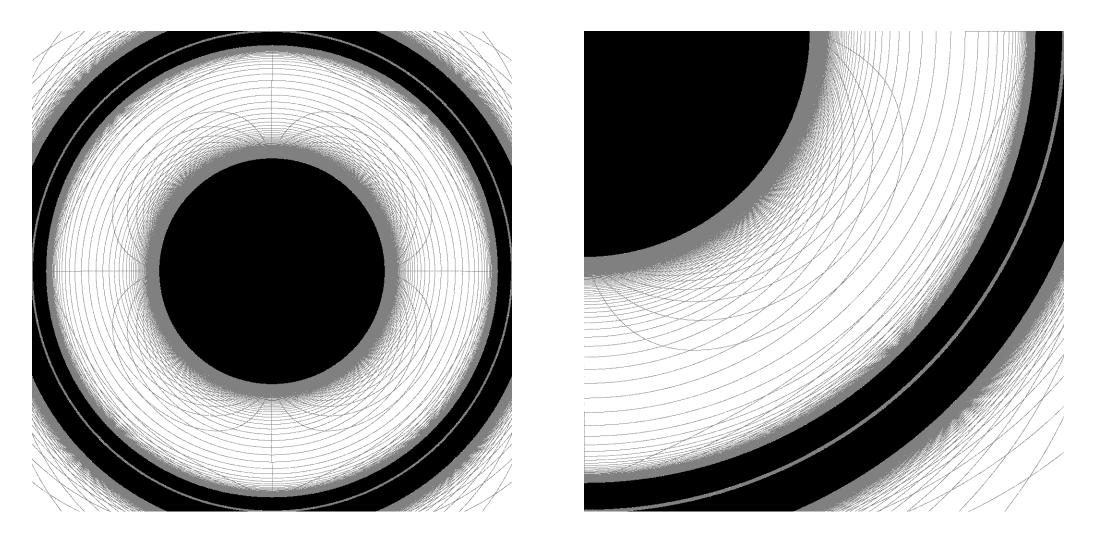
Метрика Керра

Равномерная сетка, нарисованная на экране, расположенном за массивным объектом и показанная так, как ее видит удаленный наблюдатель.



Метрика Мориса-Торна-Эллиса-Бронникова

Равномерная сетка, нарисованная на экране, расположенном за массивным объектом и показанная так, как ее видит удаленный наблюдатель.



Метрика Мориса-Торна-Эллиса-Бронникова